



Järjestamisoskused kujunevad lapsel lõplikult välja alles paljude praktiliste järjestamiste käigus.

# Tegevused, mis võimaldavad matemaatika õppimist

**M e e l i k a M a i l a**

TÜ eripedagoogika magistrant, Tartu Kroonuaia Kooli õppealajuhataja

**Algklassides matemaatikat õppides tuleb harjutada vähemalt kaheksat liiki tegevust: järjestamist, rühmitamist ja klassifitseerimist, samaväärsete hulcade moodustamist, hulga säilitamist, terviku ja selle osa võrdlemist, loendamist, mõõtmist ja modelleerimist.**

Ajast aega on matemaatika olnud koolis õpilaste jaoks üks raskemaid õppeaineid. Õpetajate hinnanguil kogebe matemaatika omandamisel raskusi 12–20% 5. klassi õpilastest (14), probleemile on viidanud ka teiste maade uurijad. Nii ei saa Sterni (16) väitel üle poole keskkoolilõpetajatest aru protsentarvutusest. Kas nii rasket ainet on üldse vaja kõigile lastele õpetada? Tänapäeval ei saa siiski keegi matemaatikata hakkama.

Eesti koolilaste matemaatikaoskus ei ole halb, TIMSS-i uuring 2004 paigutab meie õpilaste tulemused matemaatikas kõigi uuringus osalenud riikide järjestuses 7. ja Euroopas 3. kohale (4). Ometi on matemaatika õpetamises veel palju lahtisi otsi. Näiteks ainekavas on kirjas kooliastme õppesisu ning iga kooliastme lõpuks õpilastelt nõutavad oskused ja pädevused. Õppekavale toetuvad õpikute ja töövihikute koostajad, õppematerjalidele aga omakorda õpetajad (12).

Esimene probleem on selles, et rangelt ainekavast lähtuv süsteem ei arvesta õpilaste vaimse arengu individuaalsete erinevustega ja muutub sageli liiga ainekeskseks.

Teiseks. Matemaatika on väga hierarhiline aine, üksikud lüngad algõppes annavad end hiljem pidevalt tunda. Järelikult on vaja luua matemaatikas juba 1.–2. klassis tugev baas. Kuid me teame, et alati leidub klassis õpilasi, kelle kognitiivne areng on eakaaslaste omast maas, ning need lapsed ei ole lihtsalt võimelised koos teistega “põhja alla saama”. Kui lapse mõtlemise tase ei võimalda tal ainet mõtestada, tuleb vastava mõiste või aineosa õpetamine lükata edasi, kuni laps jõuab vajalikule arengutasemele (9). Kuidas peaks see edasilükkamine meie ühtluskooli tingimustes aga käima? Varem jäeti laps istuma, nüüd seda enam ei soovitata... Üks lahendus näib siiski olevat – lapse

psüühika arengu seaduspära parem tundmine ja arvestamine matemaatika õpetamisel.

## Matemaatika õppimise alused

Vastavalt Piaget' ja tema koolkonna teooriale (2) tugineb vaimne tegevus vastavale protsessuaalsele ehk tegevuslikule alusele. Uue mõiste omandamine matemaatikas pole võimalik enne selle mõistega seotud tegevuse harjutamist ja omandamist. Endel Noore (10) järgi on vaja harjutada vähemalt kaheksat tegevust: järjestamine, rühmitamine, samaväärse hulga moodustamine, hulga säilitamine ehk püsimine, terviku ja selle osa võrdlemine, loendamine, mõõtmine ja modelleerimine. Seega tuleks õpilaste matemaatikas heale järjele aitamiseks neid tegevusi senisest rohkem harjutada.

1998. aastal ilmunud raamatus “Matemaatika 1.–3. klassis. Õpetajaraamat”

annab E. Noor ülevaate, kuidas mõõta matemaatika omandatust. Ise olen koostanud analoogilise katsematerjali 1. klassi õpilastele. Selle kirjalike ülesannetega saab uurida 1. klassi matemaatika omandatust, suulised ja individuaalselt läbiviidavad ülesanded keskenduvad aine aluseks olevate *tegevuste* omandatusele. Katsematerjal arvestab nõudeid, mida esitatakse tavakooli 1. klassi õpilaste matemaatikateadmiste ja -oskustele õppeaasta lõpuks. Uurimise alla on võetud kõik matemaatikakursuses käsitletavat ainelõigud: numeratsioon, tehted arvudega (liitmine-lahutamine 20 piires järguületamiseta ja järguületamisega), geomeetria ning lõikude mõõtmine. Sellele lisaks annab katsematerjal võimaluse uurida matemaatika protsessuaalsesse alusesse kuuluvate tegevuste omandatust.

Omandatuse uurimine eeldab, et matemaatikaõpetaja on nii matemaatika kui ka lapse arengupsühholoogia hea tundja.

Järgnevalt lühike ülevaade peamistest tegevustest, mida õpilased peaksid vabalt valdama, muidu võib neil tekkida matemaatika õppimisel tõsisemaid raskusi.

**Järjestusseoste** tundmine ja kasutusoskus selgitatakse välja kahel tasemel:

1) kas laps suudab esemete järgi öelda neid eristava tunnuse (*esemed* → *sõna*);

2) kas antud sõna järgi suudab laps etteantud esemeid järjestada (*sõna* → *esemed*).

**Suuruse** järgi järjestamisi uuritakse lastele tuttavate erineva pikkuse, pakuse, laiuse, kõrguse ja suurusega esemete abil.

Uurimise teine pool (sõnalt esemele) ei järgne kohe. Vahepeal suunatakse lapse tähelepanu teistele suurustunnustele ja alles siis tullakse tagasi sõnade *pikem* ja *lühem* juurde.

**Asendi** järgi järjestamise oskus selgitatakse olukorras, kus katseisikutel tuleb nimetada pildil esinevaid asendisuhteid.

**Ajalisi** seoseid suudab laps "näitlikustada" ainult oma igapäevategevuste ja -toimingute toel. Kaheosalise katsega uuritakse ajamõistete omandatust ning lapse oskust luua seos ajatunnuse ja konkreetse sündmuse vahel.

**Rühmitamisel** võrreldakse kahte või

enamasti objekti (eset, nähtust) nende ühise tunnuse alusel. Oluline on oskus rühmitada objekte (esemeid) kord ühe, siis teis(t)e tunnus(t)e alusel. Rühmitamine toetub kõigepealt tajudele (*Leia samasugused*), seejärel verbaliseeritud kujutlustele (*Leia kõik väikesed...*). Laste rühmitamisoskusi kontrollitakse esemete rühmitamise ning klassifitseerimisega.

**Klassifitseerimine** on esemete või nähtuste hulga jaotamine kahe või enama ühise tunnuse järgi osahulkadeks.

**Samaväärse hulga** moodustamise oskust uuritakse katsega, mis näitab, kas laps suudab luua etteantud katseesemete rea toel sellega üksüheses vastavuses olevate uute katseesemete rea.

**Hulkade samaväärsuse** tajumise uurimiseks pannakse lauale üks-üheses vastavuses olevad valgete ja mustade kabenuppude read. Katsetaja nihutab alumises reas paar nuppu teise kohta, nii et nuppude rida pikeneb. Laps peab seda tegevust jälgides veenduma, et katsetaja ei võta ühtegi nuppu ära ega lisa juurde, ning seejärel vastama, kas laual on rohkem musti või valgeid nuppe. Kui laps ütleb, et ühte värvi nuppe on rohkem, näitab see, et ta ei taju hulkade samaväärsust.

**Osa ja terviku** (või vastupidi) võrdlemise oskuse uurimiseks pannakse lapse ette lauale ühte ritta ja ühesuguste vahedega 7 kabenuppu, millest 3 on valged ja 4 mustad. Ühte ja sama värvi nupud on järjestikku. Lapselt küsitakse, *kas laual on rohkem valgeid nuppe või kabenuppe*. Üht osahulka, mille tunnussõnaks on *must*, küsimuses ei ole.

**Loendamisoskust** uuritakse esemete praktilise loendamise najal. Seejuures tuleb jälgida, kas loendamise juures töötab füsioloogiline mehhanism ja millise tähenduse annab laps viimasena öeldud arvsõnale.

**Mõõtmisoskusi** tuleb uurida kolmel raskusastmel – kõigepealt konkreetse joone mõõtmisoskust ja oskust väljendada saadud tulemus mõõtühikutes, seejärel oskust mõõta etteantud esemeid, samuti oskust leida eseme pikkus mõõtepulga abil.

**Modelleerimisoskusi** saab selgitada geomeetriliste mudelite (kolmnurk, neli-

nurk, ring) äratundmise ja joonestamise kaudu. Kujundite nimetuste tundmise selgitamiseks palutakse lapsel nimetada geomeetrilisi kujundeid (kuup, risttahukas, ruut, ristkülik, ring, kera).

**Numeratsiooni** omandatust selgitatakse ülesannete lahendamisega.

**Arvude võrdlemise** oskust saab uurida ülesandega, kus lastel tuleb etteantud arvude vahel leida õige seos (*on suurem kui...; on väiksem kui...; ...on võrdne*), **arvu liitehituse** omandatust aga ülesannetega, kus tuleb leida arvu puuduv komponent. **Arvu kümnendkoostise** omandatust uuritakse ülesandega, kus etteantud arvud tuleb esitada järkarvude summana.

**Arvutamisoskuse** omandatust selgitatakse kirjalike ülesannete lahendamise abil. Katseülesannete koostamisel jaotatakse uuritav oskus osaoskusteks ning uuritakse nende omandatuse kvaliteeti eraldi. Tihti on vaja selgitada välja ka see, kuidas laps lahenduseni jõuab. Vastuse annab individuaalne uurimine, mille käigus jälgitakse lapse töötamist, esitatakse küsimusi lahenduskäigu kohta (*Räägi, kuidas sa arvutad*) ning lastakse lahenduse leidmist selgitada (*Põhjenda, miks sa nii arvutad*). Lapse vastused ja põhjendused võimaldavad mõista tema mõttekäike ja lahendamise strateegiaid, avastada vigu nii arvutamises kui ka algoritmide kasutamises.

**Tekstülesande** lahendamisoskus ilmneb ülesannete praktilisel lahendamisel.

Suuliste katsete läbiviimisel saab ja tuleb lastele vajadusel osutada abi, selgitamaks õpilase potentsiaalset arenguvälja. Rakendada saab põhimõtteliselt kolme abistamise astet:

- ülesande korralduse kordamine/ümbersõnastamine;
- katseisiku tähelepanu juhtimine ülesande ebaolulistele tunnustele;
- katseisiku tähelepanu juhtimine ülesande olulistele tunnustele.

Küsimused/juhised peaksid varieeruma vastavalt olukorrale ning õpilase reageeringule.

Õpilase abistamine katseülesannete sooritamise käigus lähtub tegevusteooriast, mille kohaselt laps ja ka täiskasvanu sooritab alati mingeid ülesandeid iseseisvalt, teisi abiga ja kolmandaid üldse mitte. Abiga sooritatud ülesanded moodustavad *potentsiaalse arenguval-*

la. Selles ulatuses toimub õppimine ja areng (5). Osa oskustest võib osutada jõukohaseks tulevikus, nende puhul saab rääkida *tuleviku arenguvallast*.

Nii õpilaste uurimise kui korrektsiooniplaani koostamise meetodika on publitseerinud Tartu Ülikooli õppekava arenduskeskus (Individuaalse õppekava koostamine ja rakendamine, Lisad, versioon 21.01.05; Matemaatika omandatuse uurimismaterjal I klassile; lk 33–49; [http://www.ut.ee/curriculum/orb.aw/class=file/action=preview/id=68875/IOK\\_lisad\\_21\\_01\\_05.pdf](http://www.ut.ee/curriculum/orb.aw/class=file/action=preview/id=68875/IOK_lisad_21_01_05.pdf)).

Õpilase teadmiste ja oskuste mõõtmise järel on vaja saadud tulemusi kvalitatiivselt analüüsida, mille käigus selguvad tehtud vigade põhjused. Saadud tulemuste põhjal on vaja koostada korrektsiooniplaan igale uuritud lapsele individuaalselt, arvesse saab võtta kirjanduses antud (7, 8, 9, 10, 11, 13, 17) ja siinkirjutaja uurimuse põhjal koostatud pedagoogilisi soovitusi.

## Mõned märkused õpetajale

1. Järjestamisoskused kujunevad lõplikult välja alles paljude praktiliste järjestamiste käigus.
2. Rühmitamisoskusi ja -vilumusi kujundatakse kindlate käeliste ja sõnaliste tegevuste kaudu. Kõigepealt õpetatakse last määrama ja nimetama teda ümbritsevate esemete ühiseid tunnuseid, seejärel moodustama nende alusel esemete hulki.
3. Mõõtmisoskus. Kõige lihtsam on mõõta sammude abil, seejärel üle minna mõõtepulgaga mõõtmisele. Õiged mõõtmisvõtted tuleb õpetajal mitu korda ette näidata.
4. Õige loendamisoskuse kujunemiseks peavad loendatavad esemed olema lapse käeulatuses, loendamise ajal puudub laps esemeid sõrmega või osutab neile, öeldes arvude järjestikuseid nimmesid.
5. Modelleerimine. Matemaatikaõpingute algul on vaadeldavateks objektideks reaalsed ruumilised ja tasapinnalised esemed, millest teatud tingimustel saab valmistada kehade ja kujundite mudeleid.
6. Õiged kujutlused hulkadevahelistest seostest tekivad ainult siis, kui need kujunevad käeliste ja sõnaliste tegevuste kaudu. Õpetamist tuleb korraldada kolmeastmeliselt:

(a) tuletatakse meelde paari tähendus ja näidatakse, kuidas kahe hulga elementidest saab neid joonega ühendades moodustada paare;

(b) üks-ühese vastavuse kaudu moodustatakse samaväärseid hulki;

(c) hulki võrreldakse esilagu üks-ühese vastavuse kaudu, hiljem ka esemete loendamise abil.

7. Arvutamisoskust omandatakse kindlate raskusastmete kaupa, mille õigest järjekorrast on vaja õpetajal kinni pida. Kui õpilase uurimisel selgub tema arvutamisoskuse puudulikkus, on üks võimalikke tegevusplaanide järgmine:

(a) korrata ja süvendada oskust leida arvu asendajad;

(b) korrata kümne piires liitmise ja lahutamise põhiülesandeid;

(c) harjutada liitmist ja lahutamist kümneni;

(d) korrata õpitud kahekohaliste arvude liitehitust;

(e) süvendada teadmisi arvutamise algoritmist – enne liidan (lahutan) kümneni, siis ülejäänud osa.

8. Tekstülesande lahendamisoskuse korrigeerimine peab algama selgitamisest, millise ülesande teadvustamise tasandil õpilasel probleemid tekivad. Seejärel tuleb korrektsiooniga tegelda juba vastavalt õpilase individuaalsele eripärale.

Matemaatika omandamisraskuste põhjused ei ole enamasti seotud õpilase neuropsühholoogilise arenguga. Geary (3) toob esile, et paljudel matemaatika omandamisraskustega õpilastel ei ole leitud neuropsühholoogilistest puudujääkidest tingitud raskusi ning kõige tõenäolisemalt on nende õpilaste puhul tegemist elementaaroskuste (tegevuslike aluste) mittetäieliku omandamisega.

### Kirjandus

1. Alushariduse raamõppekava. Riigi Teataja I, 28.10.1999, 80. 737; <https://www.riigiteataja.ee/ert/act.jsp?id=26072>.
2. Flavell, J. The developmental psychology of Jean Piaget. New York [etc.] Van Nostrand Reinhold Company, 1970.
3. Geary, D. C. Mathematics and Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*; Vol 37, 2004, 1, January/February. 4–15.
4. Haridus- ja Teadusministeerium. Rahvusvahelises võrdlusuuringus TIMSS on Eesti õpilaste tulemused väga head, 2004; <http://www.hm.ee/uus/hm/client/>

[index.php?035262301312041852](http://www.hm.ee/uus/hm/client/index.php?035262301312041852)  
14.12.2004.

5. Karlep, K. Psühholingvistika ja emakeeleõpetus. Tartu, Tartu Ülikooli Kirjastus, 1998.

6. Karlep, K. Õpitoimingute raskusastme reguleerimine. Koost: Paldo, K. Eripedagoogika. Logopeedia ja emakeel, 3. Tartu, Eesti Eripedagoogide Liit, 2002.

7. Lints, A. Matemaatika õpetamisest I klassis. Metoodilisi nõuandeid õpetajaile. Tallinn, Valgus, 1974.

8. Noor, E. Matemaatika õpetamisest 1. klassis. Tallinn, Eesti NSV Haridusministeerium, 1986.

9. Noor, E. Mõnda uuest matemaatika ainekavast. Õppekava. Põhikooli I aste, II osa. Tallinn, Eesti Vabariigi Haridusministeerium, 1997. 90–108.

10. Noor, E. Matemaatika I–II klassis. Õpetajaraamat. Tallinn, Koolibri, 1998.

11. Noor, E., Rohtla, I. Matemaatika koolieelikutele. Õpetajaraamat. Tallinn, Koolibri, 2004.

12. Org, E. Afanasjev, J. Matemaatika uus õppekava põhikoolis. ÕPL, 23.01.2004.

13. Perry, M. Explanations of Mathematical Concepts in Japanese, Chinese, and U.S. First- and Fifth-Grade Classrooms. *Cognition & Instruction*, 2000, Vol 18, Issue 2. 181–207.

14. Plado, K. Hariduslike erivajadustega lapsed Kagu-Eestis. Eripedagoogika, oktoober 1997. Tartu, Eesti Eripedagoogide Liit, 1997.

15. Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava. Riigi Teataja, 2002, 51. 317; <https://www.riigiteataja.ee/ert/act.jsp?id=174787>

16. Stern, E. Lernen ist der mächtigste Mechanismus der kognitiven Entwicklung: Der Erwerb mathematischer Kompetenzen. Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Berlin, 2004; <http://www.mpg.de/bilder/BerichteDokumente/dokumentation/jahrbuch/2004/bildungsforschung/forschungsSchwerpunkt/24.10.2004>

17. Van Luit, J. E. H. Improving Early Numeracy of Young Children with Special Educational Needs. *Remedial & Special Education*, 2000. Jan/Feb, Vol 21, Issue 1. 27–41.